A propos d'une séance sur les démonstrations mathématiques lors d'activités préparatoires en Ingéniorat de Gestion

par Jacques BAIR

1 Introduction : la TSU

Il est bien connu, dans le monde éducatif, que le passage d'un système scolaire à un autre peut être délicat pour certains apprenants. Ainsi, il n'est pas rare de constater que des élèves éprouvent des difficultés lors de leur passage du primaire dans le secondaire. Il en va de même, assez souvent, à propos de la transition entre le secondaire et l'Université.

Dans la pratique, on peut constater de nombreuses différences entre les enseignements secondaire et supérieur. Le tableau ci-dessous compare, d'une façon certes caricaturale, un enseignement situé en fin des humanités générales (colonne de gauche) avec un enseignement universitaire (colonne de droite) :

Enseignement obligatoire	Enseignement non obligatoire
Enseignement généraliste	Enseignement spécialisé (en vue d'une profession)
Professeurs : régents et licenciés ou maîtres	Professeurs : docteurs qui sont des enseignants-chercheurs
Classe assez homogène	Public provenant d'horizons variables
Horaire en principe assez structuré	Horaire plus élastique
Petite classe	Grand auditoire
Cours interactifs	Cours généralement ex-cathedra
L'enseignant connaît bien tous ses élèves	Le professeur ne connaît pas (tous) ses étudiants
Tous les élèves d'une classe se connaissent	Certains étudiants d'une section ne se connaissent pas
Matière parfois dictée	Prise de notes souvent obligatoire
Matière par séance limitée	Matière vue pendant un cours vaste
Période de cours de 50 minutes	Période de cours de cours de 1 heure 30 (ou 2 heures)
Progression dans la matière assez lente	Progression dans la matière plutôt rapide
Contrôle continu des connaissances	Examens finaux en fin d'année (ou de semestre)
Modalités d'évaluation connues	Modalités d'évaluation parfois mystérieuses
Matière balisée par le professeur	Liens à faire par l'étudiant
Travail organisé, prévu par le système	Liberté de gestion laissée à l'étudiant
La réussite est assez attendue	Un échec n'étonne guère
Echecs (relativement) peu nombreux	Echecs plus fréquents

En résumé, le passage de l'élève à l'étudiant, c'est-à-dire la transition entre le secondaire et l'universitaire qui est encore désignée par l'acronyme TSU (pour Transition Secondaire - Université), s'avère souvent délicat car il requiert, en résumé, un changement dans ([2], pp. 7 - 14, 140)

- l'environnement, nécessitant notamment une nouvelle naissance dans la relation pédagogique
- les contenus
- les méthodes
- la manière d'apprendre : *pour être efficace, cet étudiant-apprenant doit adopter une approche stratégique de l'apprentissage, c'est-à-dire adopter des comportements adaptés aux exigences, souvent changeantes et implicites, du contexte académique auquel il est confronté.*

2 Activités préparatoires

Afin de faciliter la TSU, qui peut donc être difficile, l'Université de Liège (ULg, en abrégé) propose chaque année des activités préparatoires (AP, en abrégé) pendant les grandes vacances, avant la rentrée. Organisées en collaboration par des membres du service Guidance - Etude de l'Université et des encadrants des Facultés concernées, ces AP ont pour objectifs d'aider les futurs étudiants à

- revoir des points de matière importants et les associer à la matière de première année de bachelier
- découvrir avant l'heure l'environnement dans lequel ils vont bientôt évoluer
- établir les premiers contacts avec d'autres étudiants et quelques encadrants (professeurs et/ou assistants et assistants pédagogiques)
- éprouver déjà le rythme de journées souvent bien remplies
- vérifier la méthode de travail et la corriger si nécessaire
- découvrir les méthodes d'enseignement universitaire (syllabus, cours ex cathedra, interrogations, ...)
- faire prendre conscience des possibilités et d'éventuelles difficultés afin de réagir au mieux dans la voie entreprise

(source : http ://www.ulg.ac.be/cms/c_19460/cours-preparatoires)

Diverses Facultés de l'ULg proposent à leurs futurs étudiants des séances adaptées aux besoins spécifiques de ces derniers. C'est ainsi qu'en 2012, des AP étaient organisées au sein des sections suivantes :

- Faculté de Philosophie et Lettres
- Faculté de Droit et de Science politique, Ecole liégeoise de Criminologie Jean Constant
- Institut des Sciences Humaines et Sociales
- Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Education
- HEC-Ecole de Gestion de l'ULg
- Faculté d'Architecture
- Faculté des Sciences
- Faculté des Sciences Appliquées
- Faculté de Médecine
- Faculté de Médecine vétérinaire
- Gembloux Agro-Bio-Tech

(source : http ://www.ulg.ac.be/cms/c_468674/cours-preparatoires-2011-pour-le-secondaire)

3 AP à HEC - ULg

Les étudiants ayant opté pour des études supérieures en économie ou en gestion peuvent suivre, pendant les vacances d'été précédant leur entrée à l'Université, des AP spécifiques qui devraient leur permettre de faire connaissance avec

- les enseignants (les professeurs, les assistants et les élèves-moniteurs) ;
- les locaux ;
- le rythme de travail ;
- les types d'exposés (cours ex-cathedra de théorie, travaux pratiques individuels et en groupes) ;
- d'autres étudiants de HEC-Ecole de Gestion de l'ULg.

(source : http ://www.hec.ulg.ac.be/node/130)

Ces cours préparatoires se déclinent selon trois grands axes :

- une préparation aux cours généraux de première année : mathématiques, statistiques, économie politique, informatique, physique, ...
- un volet axé sur les méthodes de travail et l'adaptation aux études supérieures ;
- une révision des notions de base en anglais et en néerlandais.

(source : http ://www.hec.ulg.ac.be/node/130)

Outre des cours préparatoires en langues, les futurs ingénieurs de gestion (IG, en abrégé) peuvent donc participer à des activités préparatoires relatives aux méthodes de travail et aux cours généraux.

4 AP en IG

Les séances sur les méthodes de travail, organisées par des membres du service Guidance - Etude, visent à améliorer l'efficacité du travail de l'étudiant face aux exigences du système universitaire. Sous forme d'exposés, d'exercices, de réflexions et d'échanges sur les façons d'apprendre et d'étudier, différents thèmes sont abordés :

- l'apprentissage, la compréhension et la mémorisation des matières à l'Université ;
- les techniques d'étude : prendre des notes, travailler les syllabus et ouvrages de référence, résumer, synthétiser, mémoriser ;
- les exigences universitaires : simulation d'interrogation et réflexion sur les attentes des enseignants et les erreurs fréquemment commises par les étudiants ;
- la gestion du temps et l'organisation du travail durant l'année, pour conserver la confiance en soi et progresser dans son travail sans se laisser dépasser ;
- Les séances sont destinées spécifiquement aux étudiants de HEC-Ecole de Gestion de l'ULg afin de travailler sur des contenus ciblés et certaines sont organisées conjointement avec des enseignants de première année.
- Ces activités seront aussi l'occasion de rencontrer des étudiants de la même section (futurs condisciples mais aussi "anciens").

(source : http ://www.ulg.ac.be/cms/$c_468674/cours-preparatoires-2011-pour-le-secondaire$)

Par ailleurs, les cours généraux pour la section "Ingénieur de gestion" visent principalement à :

- rappeler des notions élémentaires de mathématiques ;
- donner une première approche de certaines matières qui sont peut-être nouvelles (ou moins connues) et qui seront approfondies ultérieurement (statistique, informatique, économie, mathématique financière, ...) ;
- résoudre des problèmes concrets
- montrer sur quelques exemples les exigences réclamées à l'université (au niveau de la rigueur, de la compréhension, du raisonnement, du transfert de connaissances, de la présentation).

(source : http ://www.ulg.ac.be/cms/$c_228512/cours-preparatoires-2009-cours-generaux-et-methodes-de-travail-sh2$)

5 AP en mathématiques

Le programme de mathématiques des AP en IG comprend (actuellement) 10 sessions (toujours de 90 minutes) consacrées à la révision et à l'exploitation de chapitres de base ; sont abordées les matières suivantes :

- la logique, orientée vers les démonstrations mathématiques (2 sessions) ;
- le premier degré (y compris les proportions et les pourcentages) ;
- le second degré ;
- les polynômes ;
- la trigonométrie ;
- les fonctions exponentielles et logarithmiques ;
- une introduction à l'informatique.

Au vu de notre expérience, toutes ces matières constituent une base minimum sans laquelle il nous semble impossible d'aborder avec fruits des études en IG. Dès lors, selon nous, aucune séance ne peut être supprimée, ni même réduite. Se pose tout de même la question de savoir s'il ne serait pas oppportun, à tout le moins pour quelques étudiants, d'insister davantage sur certaines matières ou en ajouter de nouvelles (telles que l'usage de valeurs absolues, de racines carrées, de signes sommatoires, ...) !

La suite de ce document concerne une matinée de cours sur la logique, plus précisément sur les démonstrations mathématiques ; elle a été organisée dans le cadre des AP précédant l'année académique 2012-2013.

6 Pourquoi de la logique en AP ?

Il y a vingt ans, des collègues français écrivaient : *Depuis plusieurs années nous cherchons les raisons des blocages et échecs en Mathématique ; nous sommes maintenant persuadés que la raison principale est le manque de connaissances de base : écriture et lecture insuffisantes du langage mathématique (par exemple, utilisation incorrecte des quantificateurs et du symbole d'implication) mais aussi méconnaissance des méthodes élémentaires de démonstration qui paralyse l'étudiant lorsqu'il commence un exercice. Nous avons également constaté que les étudiants en difficulté ne sont pas ceux qui travaillent le moins : ce sont peut-être ceux qui ont besoin de supports écrits en logique. [...] Cette initiation à la logique du raisonnement se fait, malheureusement, uniquement oralement oralement, par bribes et redites durant de nombreuses années. C'est précisément cette tradition orale que nous aimerions faire passer ici sur papier : travail ingrat (comment expliquer des "évidences", expliquer "l'inexplicable" ?), mais aussi travail enthousiasmant quand le but visé est d'aider certains étudiants à jouer avec les Mathématiques, à ne pas les subir.* ([1], pp. 67 - 68)

Ces réflexions nous semblent toujours pertinentes aujourd'hui, et même peut-être plus encore que par le passé. En effet, il y a quelques années encore, les programmes de mathématiques en vigueur dans l'enseignement secondaire prévoyaient un chapitre consacré à la logique élémentaire, en accordant notamment une place non négligeable aux tables de vérité ainsi qu'au vocabulaire spécifique, insistant singulièrement sur l'usage des quantificateurs ou encore sur les différences entre une implication et sa réciproque, entre une condition nécessaire ou une condition suffisante, ... De nos jours, la situation a évolué : dans les documents officiels, il n'existe plus un chapitre spécifique entièrement consacré à la logique, mais il est recommandé aux enseignants de donner des éléments de logique tout au long du parcours ; il y est de plus spécifié explicitement que *le recours aux règles logiques s'appuie dans un premier temps sur le langage courant. Les principes qui sous-tendent le raisonnement mathématique sont ensuite exprimés dans un langage approprié.*

Cette réforme présente assurément des avantages. Appliquées à la lettre, les consignes peuvent amener les élèves du secondaire à rencontrer de façon récurrente la logique de base, bien plus souvent que par le passé ; des éléments de logique sont en effet intégrés au sein de chaque grand chapitre du cours, quand le besoin s'en fait sentir en quelque sorte. Ainsi, cet enseignement, de type horizontal, a pour vocation louable de développer des compétences transversales d'une manière régulière et efficace. A titre d'exemple éloquent, voici un extrait des compétences terminales visées dans le chapitre de géométrie dans le dernier cycle du secondaire ; les directives officielles donnent notamment ces recommandations :

– insister sur l'importance des expressions logiques telles que ≪ et ≫ , ≪ ou ≫ , ≪ car ≫ , ≪ or ≫ , ≪ donc ≫ , ≪ d'où ≫ , ≪ si ≫ , ≪ si et seulement si ≫ , ≪ si alors ≫ , ...
– étudier quelques notions et règles de logique (contraposition d'implications ou d'équivalences, démonstrations par l'absurde, critères faisant intervenir des conditions nécessaires et suffisantes, récurrence, négation, ...) ;
– La mise en évidence de structures et de modes de raisonnement ne constitue pas un préalable, mais donne un éclairage nouveau sur des matières apparemment hétérogènes. Cette formalisation fait l'objet de synthèses qui ponctuent différentes séquences d'enseignement.

Nous voudrions ici relever deux dangers potentiels qui résultent, nous semble-t-il, de la situation actuelle décrite ci-dessus.

1. S'appuyer sur le langage courant pour présenter des éléments fondamentaux de logique est certes

souhaitable, mais cela nécessite, pour être efficace, que l'on distingue la logique commune de la logique mathématique.

2. Le risque nous semble grand que les recommandations officielles concernant la logique ne soient pas toujours respectées. En effet, les programmes sont (le plus souvent exagérément) chargés et le nombre effectif d'heures pour le suivre est probablement trop peu élevé. Si le professeur ne dispose pas d'un nombre suffisant d'heures pour parcourir avec ses élèves toute sa matière, il risque de négliger la logique, notamment parce qu'il pourrait estimer que ce sujet semble moins important que les chapitres officiellement reconnus, mais aussi, peut-être, parce qu'il n'est pas toujours formé à un tel exercice difficile de synthèse ou simplement parce qu'il n'apprécie pas ce sujet un peu éloigné des théories mathématiques traditionnelles.

Ces propos paraissent peut-être nostalgiques, mais, au vu de notre expérience avec de nombreuses cohortes d'étudiants entrant à l'Université, nous les croyons assez réalistes pour un certain nombre de sujets. En effet, nous constatons que quelques étudiants (et pas tous, bien entendu) n'ont pas été assez souvent confrontés à des rudiments de logique mathématique, et que ceux-ci ne font pas partie des outils théoriques qu'ils maîtrisent. De la sorte, ces étudiants ne peuvent se référer qu'aux seuls éléments de logique qu'ils ont déjà rencontrés, c'est-à-dire ceux de la logique de « Monsieur et Madame tout le monde » . Or, à bien des égards, il existe un décalage parfois important entre la logique utilisée dans la vie quotidienne et celle exploitée en mathématiques. Dès lors, ces étudiants vont vraisemblablement éprouver des difficultés réelles pour atteindre le niveau d'exigences requis à l'Université.

Essayer de combler, le plus précocement possible, d'éventuelles lacunes dans les raisonnements doit être, à notre avis, une nécessité si l'on veut mener efficacement une lutte contre l'échec, non seulement en mathématiques mais aussi dans les autres cours universitaires de première année. Deux possibilités semblent exister :

– Soit le programme officiel des études prévoit, pour tous les étudiants et durant les toutes premières semaines de l'année, quelques leçons ou autres activités consacrées, de façon générale, à la logique, aux différents raisonnements existant, au formalisme, à la rigueur, à la rédaction des écrits à produire, au soin des présentations orales.
– Soit le programme mentionné ci-dessus est réalisé (à tout le moins partiellement), en option et sur base volontaire pour les seuls étudiants qui pensent en avoir besoin, et en dehors du programme officiel. Concrètement, vu la charge horaire des étudiants dès le début de l'année académique, une telle solution ne semble réalisable que pendant les AP organisées pendant les vacances scolaires.

Compte tenu de l'organisation des études à HEC-ULg, la première possibilité n'a pas pu être rencontrée jusqu'à présent. C'est pourquoi sont organisées deux séances (de 90 minutes) sur les démonstrations lors des AP.

7 Déroulement des séances sur les démonstrations

Lors des AP du mois d'août 2012, une matinée était consacrée aux démonstrations mathématiques, avec deux plages horaires de 90 minutes entrecoupées par une pause de 30 minutes.

Le programme, fixé au préalable, prévoyait de revoir la base de la logique utilisée en mathématique et de passer en revue les différents types de démonstrations rencontrées lors du cours de mathématiques de la première année en IG. Ce programme était visiblement trop ambitieux pour le temps réservé : non seulement il n'était pas possible, en trois heures, de voir (ou revoir) en profondeur tout ce qui était prévu et, surtout, il était impossible de placer les étudiants face à des exercices inédits à résoudre. C'est pourequoi fut pris le parti de profiter de cette occasion pour faire découvrir aux étudiants ce que peut être un enseignement de type *ex cathedra*, auquel de nombreux professeurs ont recours à l'Université, et d'insister notamment sur l'existence possible d'un décalage potentiel entre la compréhension et la production en mathématiques. En effet, il est probablement facile pour un étudiant attentif de comprendre un raisonnement mathématique réalisé par un enseignant qui maîtrise son sujet en sachant parfaitement où il va et ce qu'il doit faire pour arriver à la solution finale qu'il connaît. Le jour de l'examen, ce sera à l'étudiant de développer son raisonnement et de convaincre le professeur que la matière est bien maîtrisée, ce qui est évidemment moins aisé.

La première partie de la séance fut consacrée aux éléments fondamentaux de la logique aristotélicienne appliquée aux mathématiques enseignées au niveau de la TSU. Les concepts suivants ont été rappelés, avec des exemples issus des mathématiques de base et en insistant sur les tables de vérité correspondantes :

a) les propositions, plus précisément les propositions appelées *v-définies*, c'est-à-dire les propositions ≪ pour lesquelles il est possible de décider effectivement si elles sont vraies ou fausses ≫ ([4], p. 15) ;
b) la négation "NON" (ou "NE ... PAS") ;
c) la conjonction "ET" ;
d) la disjonction "OU" ;
e) l'implication SI ... ALORS (en montrant différentes façons d'introduire ce concept et en insistant sur ceux de "CN" pour condition nécessaire et de "CS" pour condition suffisante) ;
f) l'équivalence "SI ET SEULEMENT SI" ;
g) le quantificateur existentiel $\exists$;
h) le quantificateur universel $\forall$.

Ensuite, après une courte introduction générale sur les démonstrations en mathématiques en insistant notamment sur leur double finalité (à savoir la compréhension et l'acceptabilité), furent présentées, comme le sont les matières prévues dans le programme de la première année à l'Université, quatre démonstrations différentes de la formule (théoriquement connue des étudiants) livrant le cosinus d'une somme. Voici une brève description de ces quatre preuves (pour plus de détails, voir [3]) :

1. Démonstration intrinsèque à un triangle, notée $\mathcal{T}$ par la suite. Il s'agit de travailler exclusivement au sein d'un triangle quelconque en n'utilisant que des propriétés classiques de géométrie (euclidienne plane) et de trigonométrie (rectiligne), à savoir le théorème de PYTHAGORE généralisé (encore appelé théorème d'AL-KASHI), la somme des angles d'un triangle, le cosinus d'angles supplémentaires, la formule selon laquelle la somme des carrés du sinus et du cosinus d'un angle vaut 1 et la règle de sinus).
2. Démonstration en calculant de deux manières différentes la distance entre deux points situés sur le cercle trigonométrique. Cette démonstration, qui sera notée $\mathcal{D}$ par la suite, est quelquefois appelée ≪ méthode de GAUSS ≫ .
3. Démonstration par le produit scalaire, notée $\mathcal{P}$ ultérieurement.
4. Démonstration à l'aide de l'exponentielle de nombres complexes, notée $\mathcal{E}$.

Les objectifs suivis par ce choix de présenter ces quatre démonstrations étaient multiples :

- rappeler des résultats vus dans le secondaire en géométrie, en trigonométrie, en algèbre et en analyse ;
- illustrer la multiciplité des raisonnements possibles ;
- montrer la puissance d'outils mathématiques : plus ils sont sophistiqués, plus ils sont en général performants (et raccourcissent les raisonnements) ;
- mettre en évidence le caractère évolutif des mathématiques qui constituent une science bien vivante, en perpétuelle évolution ;
- insister sur les liens qui existent entre les différentes matières enseignées classiquement ;
- habituer les étudiants à travailler dans des contextes différents, éventuellement en changeant de cadres pour résoudre plus efficacement des problèmes ;
- aborder l'idée d'élégance, de beauté des raisonnements mathématiques.

8 Une enquête

La séance sur les démonstrations qui vient d'être présentée rassemblait 39 étudiants. Ceux-ci furent invités à remplir un questionnaire anonyme pour

– donner aux encadrants quelques informations sur les futurs étudiants
– initier ces derniers à des réflexions métacognitives.

Insistons sur le fait que cette enquête se voulait exploratoire et visait à donner, de manière assez informelle, une photographie sur la situation de quelques étudiants allant s'inscrire en IG ; les résultats de ce sondage doivent donc être pris dans ce contexte, avec les précautions d' en la matière.

Il nous a paru intéressant d'avoir une idée sur la formation mathématique antérieure des étudiants. En principe, lors de la dernière année du secondaire, ils ont le choix entre un programme de mathématiques qualifié de ≪ fort ≫ avec au moins 6 périodes hebdomadaires, un programme ≪ moyen ≫ avec 4 périodes ou un programme ≪ faible ≫ avec 2 périodes par semaine. Dans le cas présent, nous avons dénombré 11 étudiants avec un programme moyen, 0 avec un programme faible, et donc 28 avec un programme fort ; parmi ceux-ci, la moitié avaient reçu plus de 6 heures (les heures supplémentaires ajoutées au programme traditionnel servant souvent pour préparer un examen d'entrée en Polytechnique), ce qui nous a conduit à classer nos sujets dans trois catégories
– classe A avec plus de 6 heures de mathématiques par semaine : 14 étudiants ;
– classe B avec 6 heures : 14 étudiants ;
– classe C avec moins de 6 heures : 11 étudiants.

Il était tout d'abord demandé aux étudiants d'évaluer, à leur avis, leur maîtrise de certaines connaissances en logique : ils étaient invités à s'accorder une note, comprise entre 0 et 10, traduisant leur maîtrise des concepts fondamentaux rappelés ci-dessus. En leur soumettant cette auto-évaluation, le but était de faire prendre connaissance aux apprenants d'éventuelles lacunes qui pourraient les pénaliser dans leurs études ultérieures et de les initier quelque peu aux exigences universitaires, les règles de réussite à l'Université leur ayant été expliquées à cette occasion.

Les huit items (de a à h) évoqués ci-dessus ont été proposés. La note moyenne pour tous les étudiants est de 6.85 (sur 10), avec 24 % d'échecs (c'est-à-dire, conformément au règlement de délibération à l'Université, de notes inférieures à 6 sur 10). Notons toutefois que les résultats enregistrés varient fortement en fonction de la classe à laquelle appartiennent les sujets, ainsi qu'en atteste ce tableau :

	Total	Classe A	Classe B	Classe C
Moyenne /10	6.85	7.7	6.75	5.88
Pourcentage d'échecs	24 %	12.5 %	25.9 %	36.4 %

Parmi les notes d'échecs, nous relevons que 43 % des étudiants estiment éprouver une certaine difficulté avec la distinction entre CN et CS, et 33 % avec les quantificateurs.

Après la présentation des quatre démonstrations (pour rappel, $\mathcal{T}$, $\mathcal{D}$, $\mathcal{P}$ et $\mathcal{E}$), à un rythme analogue à celui suivi lors en cours d'année en première année IG, il a été demandé aux étudiants comment ils estimaient avoir compris ces différentes preuves ; ils pouvaient répondre qu'ils avaient compris, à leur estime, soit ≪ pas du tout ≫ , soit ≪ un peu ≫ ou encore ≪ très bien ≫ . Près de la moitié des démonstrations n'ont pas été, d'après les apprenants, bien comprises ; de façon plus précise, on a enregistré les données suivantes :

	Total	Classe A	Classe B	Classe C
Mentions autres que ≪ très bien ≫	47.4 %	26.3 %	50 %	81.8 %

Penchons-nous à présent sur les preuves qui ont été, toujours d'après les étudiants, très bien comprises. Les pourcentages de ces bonnes estimations sont les suivants :

	Total	Classe A	Classe B	Classe C
Démonstration $\mathcal{T}$	38.5 %	64.3 %	28.6 %	18.2 %
Démonstration $\mathcal{D}$	46.2 %	78.6 %	50 %	9.1 %
Démonstration $\mathcal{P}$	64.1 %	92.3 %	78.6 %	36.4 %
Démonstration $\mathcal{E}$	41 %	64.3 %	42.8 %	9.1 %

Dans un ultime volet de l'enquête, il était demandé aux étudiants de classer, par ordre de leurs préférences, les quatre démonstrations exposées ; trois critères ont été retenus, à savoir

(a) la démonstration la plus facile à comprendre
(b) la démonstration la plus facile à étudier
(c) la démonstration la plus belle

Nous avons obtenu les nombres suivants de premières (ou n° 1) et de dernières (ou n° 4) places (sur 38 formulaires, un étudiant n'ayant pas rempli cette partie) :

	Critère (a)		Critère (b)		Critère (c)	
	n° 1	n° 4	n° 1	n° 4	n° 1	n° 4
Preuve $\mathcal{T}$	7	13	1	21	12	11
Preuve $\mathcal{D}$	4	7	3	7	8	7
Preuve $\mathcal{P}$	24	1	25	2	5	12
Preuve $\mathcal{E}$	3	17	9	8	13	8

Chacun peut évidemment commenter à sa guise ces résultats, certes très variables et ponctuels. Néanmoins, quelques constatations générales semblent s'imposer :

- La démonstration $\mathcal{P}$ paraît la plus facile et à comprendre et à étudier pour une majorité d'étudiants : c'est du reste souvent celle qui est le plus souvent rencontrée dans le secondaire.
- La preuve $\mathcal{T}$ est apparemment la plus difficile à étudier, en raison de sa longueur, du nombre assez élevé de concepts différents qu'elle fait intervenir et aussi probablement de sa construction telle qu'elle a été vue aux AP (savoir, à l'aide d'une phase progressive suivie d'une phase régressive : voir [3]).
- En ce qui concerne le critère de la beauté, les résultats sont très variables. Remarquons notamment que la démonstration $\mathcal{E}$, pourtant souvent jugée difficile à étudier et à comprendre, semble être une plus élégantes pour près d'un sujet sur 3, alors que cette matière n'est généralement pas vue dans le secondaire : les étudiants sont probalement sensibles aux nouveautés, et peut-être à la puissance de concepts mathématiques à première vue inédits dans une telle question. La preuve $\mathcal{P}$ est fréquemment jugée comme étant la moins belle, alors qu'elle est la mieux appréciée pour les deux critères (a) et (b). Par ailleurs, les avis sont très tranchés pour $\mathcal{T}$: pour de nombreux étudiants, elle est soit la mieux appréciée, soit la moins aimée ; il en va de même, mais dans une moindre mesure, pour $\mathcal{D}$; notons que ces deux démonstrations, probablement non vues dans le secondaire, ne font intervenir que des concepts élémentaires et (en principe) connus (à noter que $\mathcal{D}$ était naguère enseignée en humanités, ainsi qu'en atteste, par exemple, l'ouvrage classique [6]).

9 Conclusion (provisoire)

En rédigeant ce document, nous avons bien entendu voulu laisser une trace relative à une activité que nous avons organisée l'été dernier en faveur d'étudiants s'apprêtant à commencer des études en Ingéniorat de Gestion à l'ULg. Mais nous avons aussi (et surtout) cherché à lancer quelques pistes de réflexions sur ce qu'il faudrait peut-être organiser, à l'Université, en faveur de certains diplômés du secondaire qui ont la ferme intention de réussir au mieux leurs futures études universitaires.

De cette modeste expérimentation, il semble se dégager à tout le moins (et la liste est loin d'être exhaustive) ces trois points qui mériteraient assurément des réflexions approfondies et des actions efficaces :

- Certains étudiants estiment avoir des lacunes concernant les fondements des raisonnements mathématiques (qui seront utilisés en première année de bachelier). Il faudrait peut-être chercher à connaître l'impact éventuel de telles auto-évaluations négatives sur les performances futures des apprenants : correspondent-elles à une réalité ou sont-elles dues à une mauvaise estime de soi ? Sont-elles paralysantes pour le futur ? Influent-elles sur la motivation ? ... Plus généralement, quel rôle joue la confiance en soi dans la réussite (ou l'échec) des étudiants arrivant à l'Université ?

– Tous les étudiants ne possèdent visiblement pas la même formation mathématique au sortir de leurs humanités. Existe-t-il une base commune, un ≪ socle de compétences ≫ , minimal, voire idéal ? Convient-il de tester (de manière facultative ou obligatoire) le niveau des étudiants à leur entrée dans le supérieur ? Faut-il prévoir, comme cela se fait dans certaines Universités, des cours de propédeutique en début d'année ? Dans l'affirmative, faut-il organiser une évaluation sur la matière (théoriquement) vue dans le secondaire et en tenir compte pour le résultat en fin d'année ? ...
– Il semble bien que certains étudiants ne réagissent pas de la même manière devant une matière : par exemple, certains préfèrent une présentation algébrique, d'autres apprécient mieux un raisonnement géométrique. Comment satisfaire tout le monde ? Peut-on laisser aux étudiants le loisir de choisir le contexte dans lequel ils se sentent le plus à l'aise ou convient-il de les forcer à maîtriser tous les cadres et registres, même ceux qui leur paraissent moins agréables ? ...

Il y a donc bien des questions à se poser ... et des réponses pratiques à trouver !

Références

[1] Dupin J.C. - Valein J.L., Initiation à la logique, à l'écriture et au raisonnement mathématique, *Mathématique et Pédagogie*, 86, 1992, pp. 67 - 89.

[2] Frenay M. - Noël B. - Parmentier P. - Romainville M., *L'étudiant apprenant : grilles de lecture pour l'enseignant universitaire*, De Boeck Université, Bruxelles, 1998.

[3] Goldsteinas J. - Bair J., Variations autour du théorème d'al-Kashi, *Losanges*, à paraître.

[4] Lorenzen P., *Métamathématique*, Gauthier - Villars, Paris, 1967.

[5] Parmentier P. (dir.) *et al*, *Recherches et actions en faveur de la réussite en première année universitaire Vingt ans de collaboration dans la Commission ≪ Réussite ≫ du Conseil interuniversitaire de la Communauté française*, CIUF, Bruxelles, 2011.

[6] Schons N.J., *Traité de trigonométrie rectiligne*, La procure, Namur - Bruxelles, quatrième édition, 1963, p. 240.

[7] Wolfs J.L., *Méthodes de travail et stratégies d'apprentissage, du secondaire à l'Université*, De Boeck Université, Bruxelles, 1998.